**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI NGUYÊN**
**TRƯỜNG THPT CHUYÊN**

**ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
**NĂM HỌC 2014 - 2015**
**Môn: TOÁN HỌC**
**(*dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán*)**
***Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề***

**Bài 1 (2,0 điểm).** Cho biểu thức $F=\left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}+\frac{x+9}{9-x}\right):\left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ với $x>0, x\neq 9$.

a) Rút gọn *F*. b) Tìm *x* sao cho $F<-1$.

**Bài 2 (1,0 điểm).** Giải phương trình

$$\sqrt{(x-1)(x-2)}+\sqrt{(x-1)(x-3)}=2\sqrt{(x-1)(x-4)}$$

với $x\leq 1$ hoặc $x\geq 4$.

**Bài 3 (1,0 điểm).** Tìm tất cả các giá trị hữu tỷ của *x* sao cho biểu thức $\frac{x^2+2x+3}{x^2-x+1}$ nhận giá trị là số nguyên.

**Bài 4 (1,0 điểm).** Các số $a_0, a_1, a_2, ..., a_n, ...$ được xác định bởi

$$a_0=9, a_{n+1}=27a_n^{28}+28a_n^{27}, \text{ với mọi } n=0,1,2,...$$

Chứng minh rằng số $a_{11}$ viết trong hệ thập phân có tận cùng nhiều hơn 2000 chữ số 9.

**Bài 5 (2,0 điểm).** Cho đa thức

$$F(x,y,z,t)=9\left(x^2y^2+y^2z^2+z^2t^2+t^2x^2\right)+6xz\left(y^2+t^2\right)-6yt\left(x^2+z^2\right)-4xyzt.$$

a) Hãy phân tích đa thức *F* thành tích của hai đa thức bậc hai.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của đa thức *F* khi $xy+zt=1$

**Bài 6 (1,5 điểm)**. Hình bình hành *ABCD* có $A=120^0$, *AB* = *a*, *BC* = *b*. Các đường phân giác trong của bốn góc *A*, *B*, *C*, *D* cắt nhau tạo thành tứ giác *MNPQ*. Tính diện tích tứ giác *MNPQ*.

**Bài 7 (1,5 điểm).** Trên các cạnh *BC*, *CD* của hình vuông có cạnh dài 1 đơn vị *ABCD* ta lấy các điểm *M*, *N* tương ứng sao cho $MC+CN+MN=2$ đơn vị. Đường chéo *BD* cắt các đoạn *AM*, *AN* lần lượt tại các điểm *P* và *Q*. Chứng minh rằng các đoạn thẳng *BP*, *PQ*, *QD* lập thành ba cạnh của một tam giác vuông.

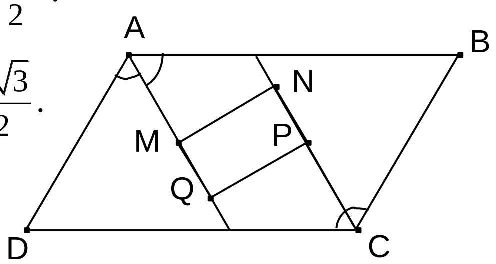
-------------- **Hết** --------------

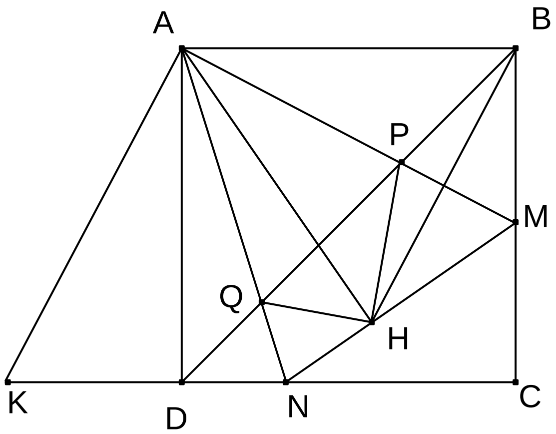
**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh:........................................................; Phòng thi:.....; Số báo danh:................

| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI NGUYÊN<br>**TRƯỜNG THPT CHUYÊN** | **ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH<br>VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2014 - 2015<br>Môn: TOÁN HỌC**<br>(*dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán*) |
|---|---|

| Bài | ĐÁP ÁN | Điểm |
|---|---|---|
| **1.a** | Đáp số $F=\dfrac{-3\sqrt{x}}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}$. | **1,0** |
| **1.b** | $F<-1\Leftrightarrow -\dfrac{3\sqrt{x}}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}+1=\dfrac{4-\sqrt{x}}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}<0$.<br>Do $2\left(\sqrt{x}+2\right)>0$ nên phải có $4-\sqrt{x}<0\Leftrightarrow x>16$ | **1,0** |
| **2** | Nếu $x = 1$ thay vào phương trình ta được nghiệm $x = 1$. | **0,25** |
| | Nếu $x\ge 4$ phương trình tương đương với $\sqrt{x-2}+\sqrt{x-3}=2\sqrt{x-4}$<br>mà có $\begin{cases}\sqrt{x-2}>\sqrt{x-4}\\ \sqrt{x-3}>\sqrt{x-4}\end{cases}$<br>Vậy trường hợp này phương trình vô nghiệm. | **0,25** |
| | Nếu $x<1$, phương trình tương đương với<br>$\sqrt{(1-x)(2-x)}+\sqrt{(1-x)(3-x)}=2\sqrt{(1-x)(4-x)}\Leftrightarrow\sqrt{2-x}+\sqrt{3-x}=2\sqrt{4-x}$ | **0,25** |
| | mà có $\begin{cases}\sqrt{2-x}<\sqrt{4-x}\\ \sqrt{3-x}<\sqrt{4-x}\end{cases}$<br>Vậy trường hợp này phương trình vô nghiệm.<br>Do đó phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$. | **0,25** |
| **3** | Đặt $k=\dfrac{x^2+2x+3}{x^2-x+1}=\dfrac{\left(x+1\right)^2+2}{\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}}>0,\forall x$. Vậy $k$ là số nguyên dương.<br>Từ đó có $\left(k-1\right)x^2-\left(k+2\right)x+k-3=0\ \left(1\right)$.<br>Nếu $k=1$ ta có $x_1=\dfrac{2}{3}$ thỏa mãn.<br>Nếu $k>1$ để (1) có nghiệm hữu tỷ cần<br>$\Delta=\left(k+2\right)^2-4\left(k-1\right)\left(k-3\right)\ge 0\Leftrightarrow 3k^2-20k+8\le 0$<br>$\Leftrightarrow\left(3k-10\right)^2\le 76\Leftrightarrow 3k-10<9\Leftrightarrow k<7$.<br>Thay $k$ = 2, 3, 4, 5, 6 ta thấy chỉ có : | **1,0** |

| | | |
|---|---|---|
| | +) $k=3$ thì (1) có nghiệm $x_2=0,\ x_3=\frac{5}{2}$.<br>+) $k=6$ thì (1) có nghiệm $x_4=\frac{3}{5},\ x_5=1$.<br>Vậy có 5 giá trị của *x* thỏa mãn. | |
| 4 | Theo đề bài ta có $a_{n+1}+1=27a_n^{28}+28a_n^{27}+1=27a_n^{27}\left(a_n+1\right)+a_n^{27}+1$<br>$=\left(a_n+1\right)\left(27a_n^{27}+a_n^{26}-a_n^{25}+a_n^{24}-...+a_n^2-a_n+1\right)$<br>$=\left(a_n+1\right)\left(27\left(a_n^{27}+1\right)+\left(a_n^{26}-1\right)-\left(a_n^{25}+1\right)+...+\left(a_n^2-1\right)-\left(a_n+1\right)\right)$. | **0,5** |
| | Ta có $\left(a_n^{27}+1\right)\vdots\left(a_n+1\right),\left(a_n^{26}-1\right)\vdots\left(a_n+1\right),\left(a_n^{25}+1\right)\vdots\left(a_n+1\right),...\left(a_n^2-1\right)\vdots\left(a_n+1\right)$ nên suy ra $\left(a_{n+1}+1\right)\vdots\left(a_n+1\right)^2$ (1) | **0,25** |
| | Do $a_0=9$ và trong (1) cho *n* lấy giá trị từ 0 đến 10 ta suy ra<br>$\left(a_{11}+1\right)\vdots 10^{2^{11}}$ hay $\left(a_{11}+1\right)\vdots 10^{2048}$<br>Vậy $a_{11}$ viết trong hệ thập phân có tận cùng nhiều hơn 2000 chữ số 9. | **0,25** |
| **5.a** | $F\left(x,y,z,t\right)=\left(3x^2+3z^2+2xz\right)\left(3y^2+3t^2-2yt\right)$ | **1,0** |
| **5.b** | Ta có $F\left(x,y,z,t\right)=\left(3yz+xy-zt-3xt\right)^2+8\left(xy+zt\right)\geq 8$<br>Dấu bằng xảy ra khi chẳng hạn $x=1,y=1,z=0,t=\frac{1}{3}$. | **1,0** |
| 6 | Dễ thấy tứ giác *MNPQ* có 4 góc vuông nên là hình chữ nhật. | **0,25** |
| | Tam giác vuông *ADM* có $DM=AD\sin DAM=\frac{b\sqrt{3}}{2}$.<br><br><br>Tam giác vuông *DCN* có $DN=DC\sin DCN=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.<br>Vậy $MN=DN-DM=\left(a-b\right)\frac{\sqrt{3}}{2}$.<br>(Giả sử $a>b$, trường hợp $a<b$ làm tương tự, $a=b$ thì không tồn tại tứ giác *MNPQ*). | **0,5** |
| | Tam giác vuông *DCN* có $CN=CD\cos 60^0=\frac{a}{2}$.<br>Tam giác vuông *BCP* có $CP=CB\cos 60^0=\frac{b}{2}$.<br>Vậy $NP=CN-CP=\frac{a-b}{2}$. | **0,5** |

| | | |
|---|---|---|
| | Suy ra diện tích hình chữ nhật *MNPQ* là $S = MN.NP = \left(a-b\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}$ | **0,25** |
| **7** | Trên cạnh *DC* kéo dài về phía *D* lấy điểm *K* sao cho *DK* = *BM*.<br>Ta có *MN* = *BM* + *DN* (suy ra từ giả thiết)<br>= *DK* + *DN* = *KN*. (1). | **0,5** |
| | Mặt khác $\Delta ADK = \Delta ABM \Rightarrow AM = AK$ (2).<br>Từ (1) và (2) suy ra $\Delta KAN = \Delta MAN$ . Từ đó<br>$AKN = AMN = AMB, ANK = ANM$ .<br>Hạ *AH* vuông góc với *MN*. Dễ thấy $\Delta AHM = \Delta ABM \Rightarrow HM = MB,\ AH = AB$ .<br>Suy ra *AM* là trung trực của *HB*. Từ đó *PH* = *PB* và $\Delta APH = \Delta APB \Rightarrow AHP = 45^0$ . | **0,5** |
| | Chứng minh tương tự có $QH = QD,\ AHQ = 45^0$.<br>Vậy $QHP = 90^0 \Rightarrow QP^2 = HQ^2 + HP^2 = QD^2 + BP^2$ .<br><br> | **0,5** |

**<u>Giám khảo chấm bài chú ý:</u>** ***Nếu thí sinh giải bằng cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.***