BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002**

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

MÔN TOÁN KHỐI A

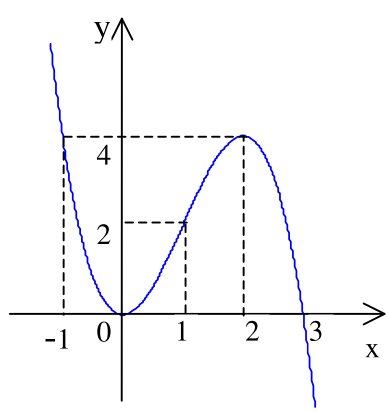
Câu	ý	Nội dung	ĐH	CĐ
I	**1**	$m = 1 \Rightarrow y = -x^3 + 3x^2$	$\sum 1$**,0 đ**	$\sum 1$**,5 đ**
		Tập xác định $\forall x \in R$. $y' = -3x^2 + 6x = -3x(x-2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{array}\right.$ $y'' = -6x + 6 = 0,\quad y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$	0,25 đ	0,5đ
		Bảng biến thiên (see below)	0,5 đ	0,5 đ
		$y = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$, $y(-1) = 4$ Đồ thị: (see below)	0,25 đ	0,5 đ

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y''		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
y	$+\infty$ ↘	lõm	CT 0 ↗	U	2	↗	CĐ 4 ↘	lồi	$-\infty$

$$y = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right. , \quad y(-1) = 4$$

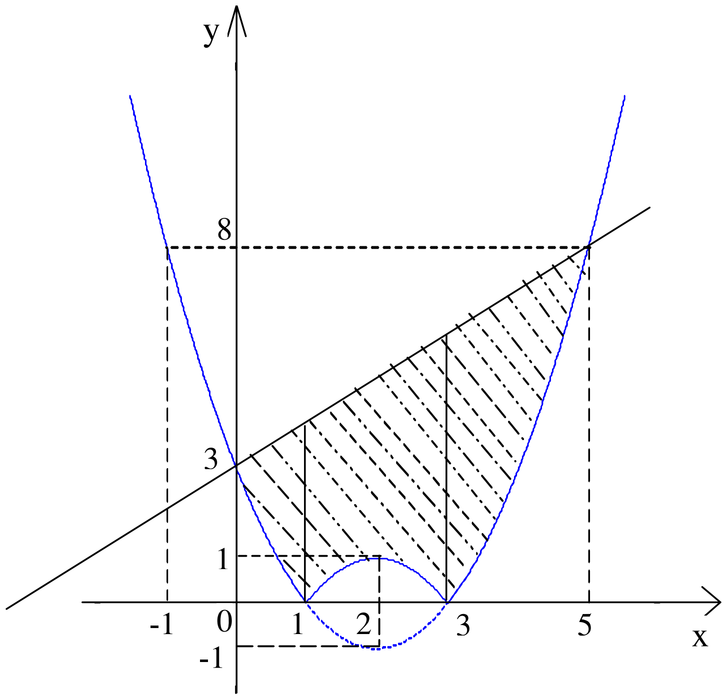
Đồ thị:

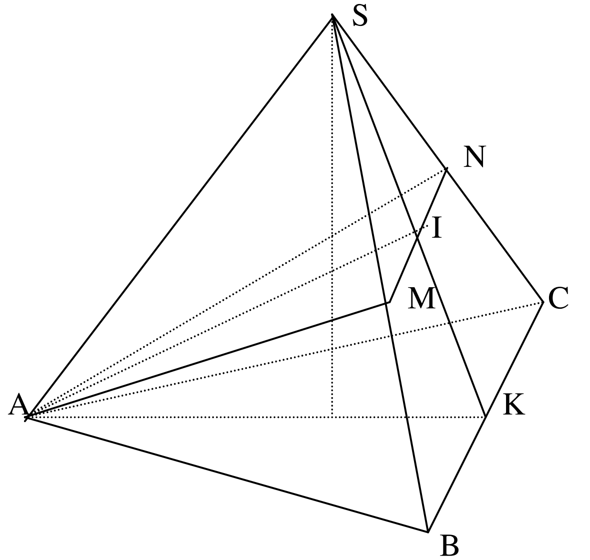


(Thí sinh có thể lập 2 bảng biến thiên)

I	**2**	<u>**Cách I**</u>. Ta có $-x^3+3x^2+k^3-3k^2=0 \Leftrightarrow -x^3+3x=-k^3+3k^2$. Đặt $a=-k^3+3k^2$ Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $-x^3+3x^2=a$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0<a<4 \Leftrightarrow 0<-k^3+3k^2<4$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 0\neq k<3 \\ (k+1)(k^2-4k+4)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\neq k<3 \\ (k+1)(k-2)^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<k<3 \\ k\neq 0 \wedge k\neq 2 \end{cases}$ <u>**Cách II.**</u> Ta có $-x^3+3x^2+k^3-3k^2=0 \Leftrightarrow (x-k)\left[x^2+(k-3)x+k^2-3k\right]=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow f(x)=x^2+(k-3)x+k^2-3k=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác k $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=-3k^2+6k+9>0 \\ k^2+k^2-3k+k^2-3k\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<k<3 \\ k\neq 0 \wedge k\neq 2 \end{cases}$	$\sum 0,5$ **đ** 0,25 đ 0,25 đ ----------- 0,25đ 0,25 đ	$\sum 0,5$ **đ** 0,25 đ 0,25 đ ----------- 0,25 đ 0,25 đ
	3	<u>**Cách I.**</u> $y' = -3x^2+6mx+3(1-m^2)=-3(x-m)^2+3$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=m-1 \\ x_2=m+1 \end{array}\right.$ Ta thấy $x_1\neq x_2$ và y' đổi dấu khi qua x_1 và $x_2 \Rightarrow$ hàm số đạt cực trị tại x_1 và x_2. $y_1=y(x_1)=-m^2+3m-2$ và $y_2=y(x_2)=-m^2+3m+2$ Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị $M_1\left(m-1;-m^2+3m-2\right)$ và $M_2\left(m+1;-m^2+3m+2\right)$ là: $\dfrac{x-m+1}{2}=\dfrac{y+m^2-3m+2}{4} \Leftrightarrow y=2x-m^2+m$ <u>**Cách II**</u>. $y'=-3x^2+6mx+3(1-m^2)=-3(x-m)^2+3$, Ta thấy $\Delta'=9m^2+9(1-m^2)=9>0 \Rightarrow y'=0$ có 2 nghiệm $x_1\neq x_2$ và y' đổi dấu khi qua x_1 và $x_2 \Rightarrow$ hàm số đạt cực trị tại x_1 và x_2. Ta có $y=-x^3+3mx^2+3(1-m^2)x+m^3-m^2$ $=\left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{m}{3}\right)\left(-3x^2+6mx+3-3m^2\right)+2x-m^2+m.$ Từ đây ta có $y_1=2x_1-m^2+m$ và $y_2=2x_2-m^2+m$. Vậy phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $y=2x-m^2+m$.	$\sum 1$**,0 đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ ---------- 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ	$\sum 1$**,0 đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ ----------- 0,25 đ 0,25đ 0,25 đ 0,25 đ
II	**1.**	Với $m=2$ ta có $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-5=0$ Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\sqrt{\log_3^2 x+1}\geq 1$ ta có $t^2-1+t-5=0 \Leftrightarrow t^2+t-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=-3 \\ t_2=2 \end{array}\right.$.	$\sum 0,5$ **đ** 0,25 đ	$\sum 1,0$ **đ** 0,5 đ

		$t_1 = -3$ (loại), $t_2 = 2 \Leftrightarrow \log_3^2 x = 3 \Leftrightarrow \log_3 x = \pm\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 3^{\pm\sqrt{3}}$ $x = 3^{\pm\sqrt{3}}$ thỏa mãn điều kiện $x > 0$. ***(Thí sinh có thể giải trực tiếp hoặc đặt ẩn phụ kiểu khác)***	0,25 đ	0,5 đ
	2.	$\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ **(2)** Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1} \ge 1$ ta có $t^2 - 1 + t - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 2m - 2 = 0$ **(3)** $x \in [1, 3^{\sqrt{3}}] \Leftrightarrow 0 \le \log_3 x \le \sqrt{3} \Leftrightarrow 1 \le t = \sqrt{\log_3^2 x + 1} \le 2.$ Vậy (2) có nghiệm $\in [1, 3^{\sqrt{3}}]$ khi và chỉ khi (3) có nghiệm $\in [1, 2]$. Đặt $f(t) = t^2 + t$	$\sum 1{,}0$ **đ** 0,25 đ 0,25 đ	$\sum 1{,}0$ **đ** 0,25 đ 0,25 đ
		<u>Cách 1.</u> Hàm số $f(t)$ là hàm tăng trên đoạn $[1;2]$. Ta có $f(1) = 2$ và $f(2) = 6$. Phương trình $t^2 + t = 2m + 2 \Leftrightarrow f(t) = 2m + 2$ có nghiệm $\in [1;2]$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \le 2m + 2 \\ f(2) \ge 2m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \le 2m + 2 \\ 2m + 2 \le 6 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m \le 2.$	----------- 0,25 đ 0,25 đ	---------- 0,25 đ 0,25 đ
		<u>Cách 2.</u> ***TH1***. Phương trình (3) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $1 < t_1 \le t_2 < 2$. Do $\frac{t_1 + t_2}{2} = -\frac{1}{2} < 1$ nên không tồn tại m. ***TH2***. Phương trình (3) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 \le 1 \le t_2 \le 2$ hoặc $1 \le t_1 \le 2 \le t_2$ $\Leftrightarrow -2m(4 - 2m) \le 0 \Leftrightarrow 0 \le m \le 2$. ***(Thí sinh có thể dùng đồ thị, đạo hàm hoặc đặt ẩn phụ kiểu khác)***	0,25 đ 0,25 đ	0,25 đ 0,25 đ
III	**1.**	$5\left(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$. Điều kiện $\sin 2x \ne -\frac{1}{2}$ Ta có $5\left(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = 5\left(\frac{\sin x + 2\sin x \sin 2x + \cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}\right)$ $= 5\left(\frac{\sin x + \cos x - \cos 3x + \cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = 5\left(\frac{(2\sin 2x + 1)\cos x}{1 + 2\sin 2x}\right) = 5\cos x$ Vậy ta có: $5\cos x = \cos 2x + 3 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$ $\cos x = 2$ (loại) hoặc $\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad (k \in Z)$.	$\sum 1{,}0$ **đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ	$\sum 1{,}0$ **đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ

	2.	Vì $x \in (0\,;2\pi)$ nên lấy $x_1 = \frac{\pi}{3}$ và $x_2 = \frac{5\pi}{3}$. Ta thấy x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $\sin 2x \neq -\frac{1}{2}$. Vậy các nghiệm cần tìm là: $x_1 = \frac{\pi}{3}$ và $x_2 = \frac{5\pi}{3}$. ***(Thí sinh có thể sử dụng các phép biến đổi khác)***	0,25 đ	0,25 đ
			$\sum 1$**,0 đ**	$\sum 1$**,0 đ**
		Ta thấy phương trình $\lvert x^2 - 4x + 3 \rvert = x + 3$ có 2 nghiệm $x_1 = 0$ và $x_2 = 5$. Mặt khác $\lvert x^2 - 4x + 3 \rvert \leq x + 3 \quad \forall\, x \in [0;5]$. Vậy $S = \int_0^5 \left(x + 3 - \lvert x^2 - 4x + 3 \rvert\right)dx = \int_0^1 \left(x + 3 - x^2 + 4x - 3\right)dx + \int_1^3 \left(x + 3 + x^2 - 4x + 3\right)dx$	0,25 đ	0,25 đ
		$+ \int_3^5 \left(x + 3 - x^2 + 4x - 3\right)dx$	0,25 đ	0,25 đ
		$S = \int_0^1 \left(-x^2 + 5x\right)dx + \int_1^3 \left(x^2 - 3x + 6\right)dx + \int_3^5 \left(-x^2 + 5x\right)dx$		
		$S = \left(-\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2\right)\Big\vert_0^1 + \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x\right)\Big\vert_1^3 + \left(-\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2\right)\Big\vert_3^5$	0,25 đ	0,25 đ
		$S = \frac{13}{6} + \frac{26}{3} + \frac{22}{3} = \frac{109}{6}$ (đ.v.d.t)	0,25đ	0,25đ
		(Nếu thí sinh vẽ hình thì không nhất thiết phải nêu bất đẳng thức $\lvert x^2 - 4x + 3 \rvert \leq x + 3 \quad \forall\, x \in [0;5]$***)***		
IV	**1.**		$\sum 1$ **đ**	$\sum 1$ **đ**



0,25 đ — 0,25 đ

Gọi K là trung điểm của BC và $I = SK \cap MN$. Từ giả thiết

$\Rightarrow MN = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{a}{2}$, MN // BC $\Rightarrow I$ là trung điểm của SK và MN.

Ta có $\Delta SAB = \Delta SAC \Rightarrow$ hai trung tuyến tương ứng $AM = AN$

$\Rightarrow \Delta AMN$ cân tại A $\Rightarrow AI \perp MN$.

Mặt khác $\begin{cases} (SBC) \perp (AMN) \\ (SBC) \cap (AMN) = MN \\ AI \subset (AMN) \\ AI \perp MN \end{cases} \Rightarrow AI \perp (SBC) \Rightarrow AI \perp SK$.

0,25 đ — 0,25 đ

Suy ra ΔSAK cân tại $A \Rightarrow SA = AK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$SK^2 = SB^2 - BK^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow AI = \sqrt{SA^2 - SI^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{SK}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{8}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

0,25 đ — 0,25 đ

Ta có $S_{\Delta AMN} = \dfrac{1}{2}MN.AI = \dfrac{a^2\sqrt{10}}{16}$ (đvdt)

0,25 đ — 0,25 đ

<u>CHÚ Ý</u>

1) Có thể chứng minh $AI \perp MN$ như sau:

$BC \perp (SAK) \Rightarrow MN \perp (SAK) \Rightarrow MN \perp AI$.

2) Có thể làm theo phương pháp tọa độ:

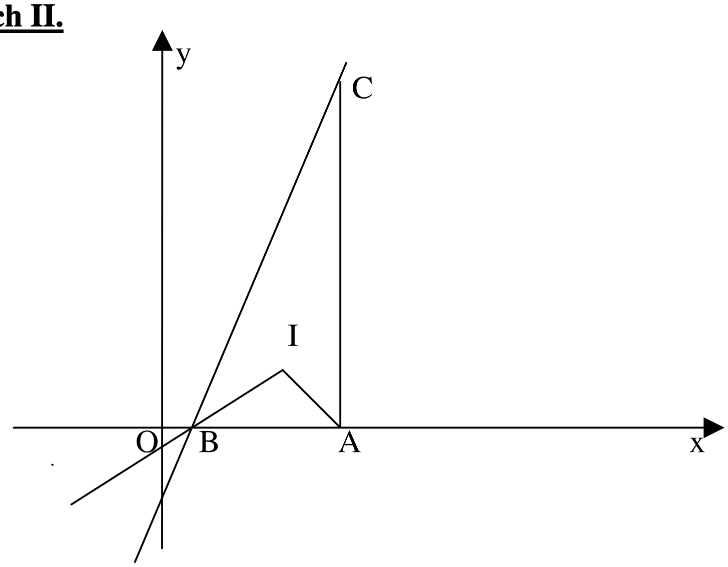
Chẳng hạn chọn hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ sao cho

$$K(0;0;0), B\left(\frac{a}{2};0;0\right), C\left(-\frac{a}{2};0;0\right), A\left(0;\frac{-a\sqrt{3}}{2};0\right), S\left(0;\frac{-a\sqrt{3}}{6};h\right)$$

trong đó h là độ dài đường cao SH của hình chóp $S.ABC$.

	2a)	**<u>Cách I</u>**. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 có dạng:
		$\alpha(x-2y+z-4)+\beta(x+2y-2z+4)=0 \quad (\alpha^2+\beta^2\neq 0)$
		$\Leftrightarrow (\alpha+\beta)x-(2\alpha-2\beta)y+(\alpha-2\beta)z-4\alpha+4\beta=0$
		
		Vậy $\vec{n}_P=(\alpha+\beta;-2\alpha+2\beta;\alpha-2\beta)$.Ta có $\vec{u}_2=(1;1;2)//\Delta_2$ và $M_2(1;2;1)\in\Delta_2$
		$(P)//\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{n}_P.\vec{u}_2=0\\ M_2(1;2;1)\notin(P)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\alpha-\beta=0\\ M_2\notin(P)\end{cases}$ Vậy $(P): 2x-z=0$
		
		<u>Cách II</u> Ta có thể chuyển phương trình Δ_1 sang dạng tham số như sau:
		Từ phương trình Δ_1 suy ra $2x-z=0$. Đặt $x=2t' \Rightarrow \Delta_1: \begin{cases}x=2t'\\ y=3t'-2\\ z=4t'\end{cases}$
		$\Rightarrow M_1(0;-2;0)\in\Delta_1, \vec{u}_1=(2;3;4)//\Delta_1$.
		(Ta có thể tìm tọa độ điểm $M_1\in\Delta_1$ bằng cách cho $x=0\Rightarrow y=-2 \quad z=0$
		và tính $\vec{u}_1=\left(\begin{vmatrix}-2 & 1\\ 2 & -2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & 1\\ -2 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & -2\\ 1 & 2\end{vmatrix}\right)=(2;3;4)$).
		Ta có $\vec{u}_2=(1;1;2)//\Delta_2$. Từ đó ta có véc tơ pháp của mặt phẳng (P) là :
		$\vec{n}_P=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(2;0;-1)$. Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M_1(0;-2;0)$
		và $\perp$ $\vec{n}_P=(2;0;-1)$ là: $2x-z=0$.
		Mặt khác $M_2(1;2;1)\notin(P)\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x-z=0$
			$\sum 0{,}5$ **đ**
			
			0,25 đ
			
			0,25 đ
			----------- 	
			
			0,25 đ
			
			0,25 đ
				$\sum 1{,}0$ **đ**
				
				0,5 đ
				
				0,5 đ
				----------- 	
				
				0,5 đ
				
				0,5 đ

	2b)	b)**<u>Cách I</u>**. $H\in\Delta_2\Rightarrow H(1+t,2+t,1+2t)\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(t-1;t+1;2t-3)$ $\Rightarrow MH=\sqrt{(t-1)^2+(t+1)^2+(2t-3)^2}=\sqrt{6t^2-12t+11}=\sqrt{6(t-1)^2+5}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $t=1\Rightarrow H(2;3;3)$ **<u>Cách II.</u>** $H\in\Delta_2\Rightarrow H(1+t;2+t;1+2t)$. MH nhỏ nhất $\Leftrightarrow MH\perp\Delta_2\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}.\vec{u}_2=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(2;3;4)$	$\sum 0{,}5$ **đ** 0,25 đ 0,25 đ ----------- 0,25 đ 0,25 đ	$\sum 1{,}0$ **đ** 0,5 đ 0,5 đ ----------- 0,5 đ 0,5 đ
V	**1.**	Ta có $BC\cap Ox=B(1;0)$. Đặt $x_A=a$ ta có $A(a;o)$ và $x_C=a\Rightarrow y_C=\sqrt{3}a-\sqrt{3}$. Vậy $C(a;\sqrt{3}a-\sqrt{3})$. Từ công thức $\begin{cases}x_G=\dfrac{1}{3}(x_A+x_B+x_C)\\ y_G=\dfrac{1}{3}(y_A+y_B+y_C)\end{cases}$ ta có $G\left(\dfrac{2a+1}{3};\dfrac{\sqrt{3}(a-1)}{3}\right)$. **<u>Cách I.</u>** Ta có : $AB=\lvert a-1\rvert,\ AC=\sqrt{3}\lvert a-1\rvert,\ BC=2\lvert a-1\rvert$. Do đó	$\sum 1$ **đ** 0,25 đ	

		$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{\sqrt{3}}{2}(a-1)^2$.	0,25 đ	
		Ta có $r = \frac{2S}{AB+AC+BC} = \frac{\sqrt{3}(a-1)^2}{3\|a-1\|+\sqrt{3}\|a-1\|} = \frac{\|a-1\|}{\sqrt{3}+1} = 2.$ Vậy $\|a-1\| = 2\sqrt{3}+2.$	0,25 đ	
		TH1. $a_1 = 2\sqrt{3}+3 \Rightarrow G_1\left(\frac{7+4\sqrt{3}}{3};\frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$ ***TH2*** $a_2 = -2\sqrt{3}-1 \Rightarrow G_2\left(\frac{-4\sqrt{3}-1}{3};\frac{-6-2\sqrt{3}}{3}\right)$.	0,25 đ -----------	
		Cách II.  Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC. Vì $r = 2 \Rightarrow y_I = \pm 2$. Phương trình BI : $y = tg30^0.(x-1) = \frac{x-1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x_I = 1 \pm 2\sqrt{3}$.	0,25 đ	
		TH1 Nếu A và O khác phía đối với $B \Rightarrow x_I = 1+2\sqrt{3}.$ Từ $d(I,AC) = 2$ $\Rightarrow a = x_I + 2 = 3+2\sqrt{3}. \Rightarrow G_1\left(\frac{7+4\sqrt{3}}{3};\frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$	0,25 đ	
		TH 2. Nếu A và O cùng phía đối với $B \Rightarrow x_I = 1-2\sqrt{3}.$ Tương tự ta có $a = x_I - 2 = -1-2\sqrt{3}. \Rightarrow G_2\left(\frac{-4\sqrt{3}-1}{3};\frac{-6-2\sqrt{3}}{3}\right)$	0,25 đ	
	2.	Từ $C_n^3 = 5C_n^1$ ta có $n \geq 3$ và	$\sum 1$ **đ**	

		$\frac{n!}{3!(n-3)!}=5\frac{n!}{(n-1)!}\Leftrightarrow\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=5n\Leftrightarrow n^2-3n-28=0$ $\Rightarrow n_1=-4$ (loại) hoặc $n_2=7$. Với $n=7$ ta có $C_7^3\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^4\left(2^{\frac{-x}{3}}\right)^3=140\Leftrightarrow 35.2^{2x-2}.2^{-x}=140\Leftrightarrow 2^{x-2}=4\Leftrightarrow\ x=4.$	0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ	