BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO — **KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003**

ĐÁP ÁN –THANG ĐIỂM

ĐỀ THI CHÍNH THỨC — **Môn thi : TOÁN Khối D**

NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1.	**2điểm**

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$. — <u>1 điểm</u>

Tập xác định : $\mathbf{R} \setminus \{ 2 \}$.

Ta có $y = \dfrac{x^2 - 2x + 4}{x - 2} = x + \dfrac{4}{x - 2}$.

$y' = 1 - \dfrac{4}{(x-2)^2} = \dfrac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$. $\quad y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4. \end{array}\right.$ — 0,25đ

$\lim\limits_{x\to\infty}\left[y - x\right] = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4}{x-2} = 0 \Rightarrow$ tiệm cận xiên của đồ thị là: $y = x$,

$\lim\limits_{x\to 2} y = \infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng của đồ thị là: $x = 2$.

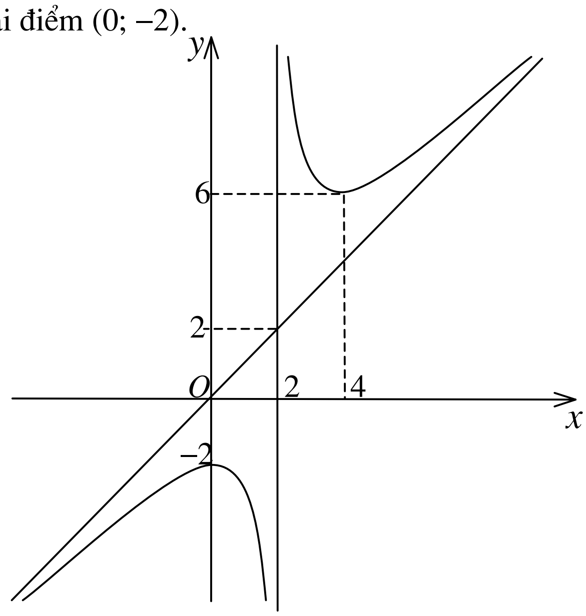
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2 CĐ	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	CT 6	↗	$+\infty$

— 0,5đ

Đồ thị không cắt trục hoành.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm (0; −2).



— 0,25đ

2) — <u>1 điểm</u>

Đường thẳng d_m cắt đồ thị hàm số (1) tại 2 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $x + \dfrac{4}{x-2} = mx + 2 - 2m$ có hai nghiệm phân biệt khác 2 — 0,5đ

$\Leftrightarrow (m-1)(x-2)^2 = 4$ có hai nghiệm phân biệt khác 2 $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$. — 0,5đ

Vậy giá trị m cần tìm là $m > 1$.

Câu 2.	**2điểm**
1) Giải phương trình $\sin^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\text{tg}^2x-\cos^2\frac{x}{2}=0$ (1)	<u>1 điểm</u>
Điều kiện: $\cos x\neq 0$ (*). Khi đó	
(1) $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[1-\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right]\frac{\sin^2x}{\cos^2x}=\frac{1}{2}(1+\cos x)\Leftrightarrow(1-\sin x)\sin^2x=(1+\cos x)\cos^2x$	
$\Leftrightarrow(1-\sin x)(1-\cos x)(1+\cos x)=(1+\cos x)(1-\sin x)(1+\sin x)$	
$\Leftrightarrow(1-\sin x)(1+\cos x)(\sin x+\cos x)=0$	0,5đ
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \cos x=-1\\ \text{tg}x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=\pi+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbf{Z})$.	0,25đ
Kết hợp điều kiện (*) ta được nghiệm của phương trình là: $\left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbf{Z})$.	0,25đ
2) Giải phương trình $2^{x^2-x}-2^{2+x-x^2}=3$ (1).	<u>1 điểm</u>
Đặt $t=2^{x^2-x}\Rightarrow t>0$.	
Khi đó (1) trở thành $t-\frac{4}{t}=3\Leftrightarrow t^2-3t-4=0\Leftrightarrow(t+1)(t-4)=0\Leftrightarrow t=4$ (vì $t>0$)	0,5đ
Vậy $2^{x^2-x}=4\Leftrightarrow x^2-x=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=2.\end{array}\right.$	
Do đó nghiệm của phương trình là $\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=2.\end{array}\right.$	0,5đ
Câu 3.	**3điểm**
1)	<u>1 điểm</u>
Từ $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ suy ra (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$.	
Đường thẳng d có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=(1;-1)$. Do đó đường thẳng Δ đi qua $I(1;2)$ và vuông góc với d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}\Leftrightarrow x+y-3=0$.	
Tọa độ giao điểm H của d và Δ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x-y-1=0\\ x+y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}\Rightarrow H(2;1)$.	
Gọi J là điểm đối xứng với $I(1;2)$ qua d. Khi đó $\begin{cases}x_J=2x_H-x_I=3\\ y_J=2x_H-x_I=0\end{cases}\Rightarrow J(3;0)$.	0,5
Vì (C') đối xứng với (C) qua d nên (C') có tâm là $J(3;0)$ và bán kính $R=2$. Do đó (C') có phương trình là: $(x-3)^2+y^2=4$.	0,25đ
Tọa độ các giao điểm của (C) và (C') là nghiệm của hệ phương trình:	
$\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=4\\ (x-3)^2+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y-1=0\\ (x-3)^2+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x-1\\ 2x^2-8x+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1,y=0\\ x=3,y=2.\end{array}\right.$	
Vậy tọa độ giao điểm của (C) và (C') là $A(1;0)$ và $B(3;2)$.	0,25đ

2) **1 điểm**

Ta có cặp vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng xác định d_k là $\overrightarrow{n_1} = (1;3k;-1)$ và $\overrightarrow{n_2} = (k;-1;1)$. Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1;-1;-2)$.

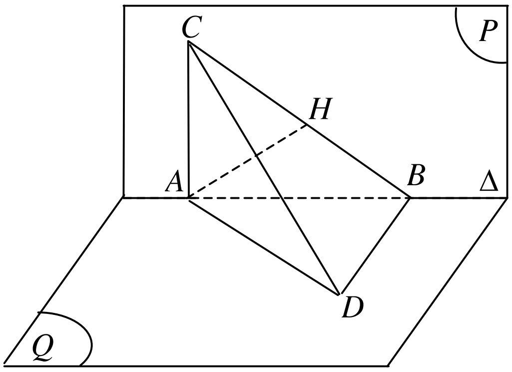
Đường thẳng d_k có vectơ chỉ phương là:

$$\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right] = (3k-1;-k-1;-1-3k^2) \neq \vec{0} \quad \forall\, k.$$ 0,5đ

Nên $\quad d_k \perp (P) \Leftrightarrow \vec{u} \parallel \vec{n} \Leftrightarrow \dfrac{3k-1}{1} = \dfrac{-k-1}{-1} = \dfrac{-1-3k^2}{-2} \Leftrightarrow k = 1.$ 0,5 đ

Vậy giá trị k cần tìm là $k = 1$.

3) **1 điểm**



Ta có $(P) \perp (Q)$ và $\Delta = (P) \cap (Q)$, mà $AC \perp \Delta \Rightarrow AC \perp (Q) \Rightarrow AC \perp AD$, hay $\widehat{CAD} = 90^0$. Tương tự, ta có $BD \perp \Delta$ nên $BD \perp (P)$, do đó $\widehat{CBD} = 90^0$. Vậy A và B A, B nằm trên mặt cầu đường kính CD. 0,25đ

Và bán kính của mặt cầu là:

$$R = \frac{CD}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{BC^2 + BD^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2 + BD^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$ 0,25đ

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$. Do $BD \perp (P)$ nên $BD \perp AH \Rightarrow AH \perp (BCD)$.

Vậy AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) và $AH = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. 0,5đ

Câu 4. **2điểm**

1) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[-1;\ 2]$. **1 điểm**

$$y' = \frac{1-x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}.$$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$ 0,5đ

Ta có $y(-1) = 0,\ \ y(1) = \sqrt{2},\ \ y(2) = \dfrac{3}{\sqrt{5}}.$

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} y = y(1) = \sqrt{2}$ và $\min\limits_{[-1;2]} y = y(-1) = 0.$ 0,5đ

2) Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^2 \left|x^2 - x\right| dx$. **1 điểm**

Ta có $x^2 - x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$, suy ra

$$I = \int_0^1 (x - x^2)\,dx + \int_1^2 (x^2 - x)\,dx$$ 0,5đ

$$= \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_1^2 = 1.$$ 0,5đ

Câu 5.	1điểm
Cách 1: Ta có $(x^2+1)^n = C_n^0 x^{2n} + C_n^1 x^{2n-2} + C_n^2 x^{2n-4} + ... + C_n^n$, $$(x+2)^n = C_n^0 x^n + 2C_n^1 x^{n-1} + 2^2 C_n^2 x^{n-2} + 2^3 C_n^3 x^{n-3} + ... + 2^n C_n^n.$$ Dễ dàng kiểm tra $n=1, n=2$ không thỏa mãn điều kiện bài toán. Với $n \geq 3$ thì $x^{3n-3} = x^{2n} x^{n-3} = x^{2n-2} x^{n-1}$. Do đó hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n (x+2)^n$ là $$a_{3n-3} = 2^3.C_n^0.C_n^3 + 2.C_n^1.C_n^1.$$	0,75đ
Vậy $a_{3n-3} = 26n \Leftrightarrow \dfrac{2n(2n^2-3n+4)}{3} = 26n \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5 \\ n=-\dfrac{7}{2} \end{array}\right.$ Vậy $n=5$ là giá trị cần tìm (vì n nguyên dương).	0,25đ
Cách 2: Ta có $$(x^2+1)^n (x+2)^n = x^{3n}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^n \left(1+\frac{2}{x}\right)^n$$ $$= x^{3n}\left[\sum_{i=0}^{n} C_n^i \left(\frac{1}{x^2}\right)^i \sum_{k=0}^{n} C_n^k \left(\frac{2}{x}\right)^k\right] = x^{3n}\left[\sum_{i=0}^{n} C_n^i x^{-2i} \sum_{k=0}^{n} C_n^k 2^k x^{-k}\right].$$ Trong khai triển trên, luỹ thừa của x là $3n-3$ khi $-2i-k=-3$, hay $2i+k=3$. Ta chỉ có hai trường hợp thỏa điều kiện này là $i=0, k=3$ hoặc $i=1, k=1$. Nên hệ số của x^{3n-3} là $a_{3n-3} = C_n^0.C_n^3.2^3 + C_n^1.C_n^1.2$.	hoặc 0,75đ
Do đó $a_{3n-3} = 26n \Leftrightarrow \dfrac{2n(2n^2-3n+4)}{3} = 26n \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5 \\ n=-\dfrac{7}{2} \end{array}\right.$ Vậy $n=5$ là giá trị cần tìm (vì n nguyên dương).	0,25đ