

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005
Môn: TOÁN, Khối A
(Đáp án – thang điểm gồm 4 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																	
I			2,0																	
I.1	$m = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{x}$. a) TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. b) Sự biến thiên: $y' = \frac{1}{4} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{4x^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -2, x = 2$. $y_{CD} = y(-2) = -1, y_{CT} = y(2) = 1$. Đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng. Đường thẳng $y = \frac{1}{4}x$ là tiệm cận xiên. c) Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y'</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> </table> d) Đồ thị	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	-1	$-\infty$	1	$+\infty$	0,25 0,25 0,25 0,25
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$															
y'	+	0	-	0	+															
y	$-\infty$	-1	$-\infty$	1	$+\infty$															

	I.2		1,0											
	$y' = m - \frac{1}{x^2}$, $y' = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi $m > 0$. Nếu $m > 0$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow x_1 = -\frac{1}{\sqrt{m}}$, $x_2 = \frac{1}{\sqrt{m}}$. Xét dấu y' <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\frac{1}{\sqrt{m}}$</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{\sqrt{m}}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td> </td> <td>-</td> </tr> </table> <p>Hàm số luôn có cực trị với mọi $m > 0$.</p>	x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{m}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{m}}$	$+\infty$	y'	+	0	-		-	0,25
x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{m}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{m}}$	$+\infty$									
y'	+	0	-		-									
	Điểm cực tiểu của (C_m) là $M\left(\frac{1}{\sqrt{m}}; 2\sqrt{m}\right)$. Tiệm cận xiên (d): $y = mx \Leftrightarrow mx - y = 0$.	0,25												
	$d(M, d) = \frac{ \sqrt{m} - 2\sqrt{m} }{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m^2 + 1}}$.	0,25												
	$d(M, d) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$. Kết luận: $m = 1$.	0,25												
	II.		2,0											
	II.1		1,0											
	Bất phương trình: $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4}$. ĐK: $\begin{cases} 5x-1 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2 \\ 2x-4 \geq 0 \end{cases}$	0,25												
	Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với $\sqrt{5x-1} > \sqrt{2x-4} + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow 5x-1 > 2x-4 + x-1 + 2\sqrt{(2x-4)(x-1)}$	0,25												
	$\Leftrightarrow x+2 > \sqrt{(2x-4)(x-1)} \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 > 2x^2 - 6x + 4$ $\Leftrightarrow x^2 - 10x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 10$.	0,25												
	Kết hợp với điều kiện ta có: $2 \leq x < 10$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.	0,25												
	II.2		1,0											
	Phương trình đã cho tương đương với $(1 + \cos 6x)\cos 2x - (1 + \cos 2x) = 0$ $\Leftrightarrow \cos 6x \cos 2x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow \cos 8x + \cos 4x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow 2\cos^2 4x + \cos 4x - 3 = 0$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 1 \\ \cos 4x = -\frac{3}{2} \text{ (loại).} \end{cases}$	0,25												
	Vậy $\cos 4x = 1 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).	0,5												

III.		3,0
III.1		1,0
	Vì $A \in d_1 \Rightarrow A(t; t)$. Vì A và C đối xứng nhau qua BD và $B, D \in Ox$ nên $C(t; -t)$.	0,25
	Vì $C \in d_2$ nên $2t - t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Vậy $A(1; 1), C(1; -1)$.	0,25
	Trung điểm của AC là $I(1; 0)$. Vì I là tâm của hình vuông nên $\begin{cases} IB = IA = 1 \\ ID = IA = 1 \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} B \in Ox \\ D \in Ox \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B(b; 0) \\ D(d; 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - 1 = 1 \\ d - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0, b = 2 \\ d = 0, d = 2 \end{cases}$ Suy ra, $B(0; 0)$ và $D(2; 0)$ hoặc $B(2; 0)$ và $D(0; 0)$. Vậy bốn đỉnh của hình vuông là $A(1; 1), B(0; 0), C(1; -1), D(2; 0),$ hoặc $A(1; 1), B(2; 0), C(1; -1), D(0; 0).$	0,25
III.2a		1,0
	Phương trình của tham số của d : $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 + 2t \\ z = 3 + t. \end{cases}$	0,25
	$I \in d \Rightarrow I(1 - t; -3 + 2t; 3 + t)$, $d(I, (P)) = \frac{ -2t + 2 }{3}$.	0,25
	$d(I, (P)) = 2 \Leftrightarrow 1 - t = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -2. \end{cases}$	0,25
	Vậy có hai điểm $I_1(-3; 5; 7), I_2(3; -7; 1)$.	0,25
III.2b		1,0
	Vì $A \in d$ nên $A(1 - t; -3 + 2t; 3 + t)$. Ta có $A \in (P) \Leftrightarrow 2(1 - t) + (-3 + 2t) - 2(3 + t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Vậy $A(0; -1; 4)$.	0,25
	Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -2)$. Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.	0,5
	Vì $\Delta \subset (P)$ và $\Delta \perp d$ nên Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}, \vec{u}] = (5; 0; 5)$.	
	Phương trình tham số của Δ : $\begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 4 + t. \end{cases}$	0,25

IV		2,0
	IV.1	1,0
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2 \cos x + 1) \sin x}{\sqrt{1 + 3 \cos x}} dx.$ <p>Đặt $t = \sqrt{1 + 3 \cos x} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{t^2 - 1}{3} \\ dt = -\frac{3 \sin x}{2\sqrt{1+3\cos x}} dx. \end{cases}$</p> $x = 0 \Rightarrow t = 2, x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1.$ $I = \int_2^1 \left(2 \frac{t^2 - 1}{3} + 1 \right) \left(-\frac{2}{3} \right) dt = \frac{2}{9} \int_1^2 (2t^2 + 1) dt.$ $= \frac{2}{9} \left(\frac{2t^3}{3} + t \right) \Big _1^2 = \frac{2}{9} \left[\left(\frac{16}{3} + 2 \right) - \left(\frac{2}{3} + 1 \right) \right] = \frac{34}{27}.$	0,25 0,25 0,25 0,25
	IV.2	1,0
	<p>Ta có $(1+x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 x + C_{2n+1}^2 x^2 + C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1} \quad \forall x \in \mathbb{R}$.</p> <p>Đạo hàm hai vế ta có</p> $(2n+1)(1+x)^{2n} = C_{2n+1}^1 + 2C_{2n+1}^2 x + 3C_{2n+1}^3 x^2 + \dots + (2n+1)C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n} \quad \forall x \in \mathbb{R}.$ <p>Thay $x = -2$ ta có:</p> $C_{2n+1}^1 - 2 \cdot 2C_{2n+1}^2 + 3 \cdot 2^2 C_{2n+1}^3 - 4 \cdot 2^3 C_{2n+1}^4 + \dots + (2n+1) \cdot 2^{2n} C_{2n+1}^{2n+1} = 2n+1.$ <p>Theo giả thiết ta có $2n+1 = 2005 \Rightarrow n = 1002$.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
V		1,0
	<p>Với $a, b > 0$ ta có: $4ab \leq (a+b)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{a+b} \leq \frac{a+b}{4ab} \Leftrightarrow \frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$.</p> <p>Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.</p> <p>Áp dụng kết quả trên ta có:</p> $\frac{1}{2x+y+z} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{y+z} \right) \leq \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2x} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \right] = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{2z} \right) \quad (1).$ <p>Tương tự</p> $\frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2y} + \frac{1}{x+z} \right) \leq \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2y} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z} \right) \right] = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{2z} + \frac{1}{2x} \right) \quad (2).$ $\frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2z} + \frac{1}{x+y} \right) \leq \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2z} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \right] = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} \right) \quad (3).$ <p>Vậy $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 1$.</p> <p>Ta thấy trong các bất đẳng thức (1), (2), (3) thì dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z$. Vậy đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{3}{4}$.</p>	0,25 0,5 0,5 0,25

-----Hết-----