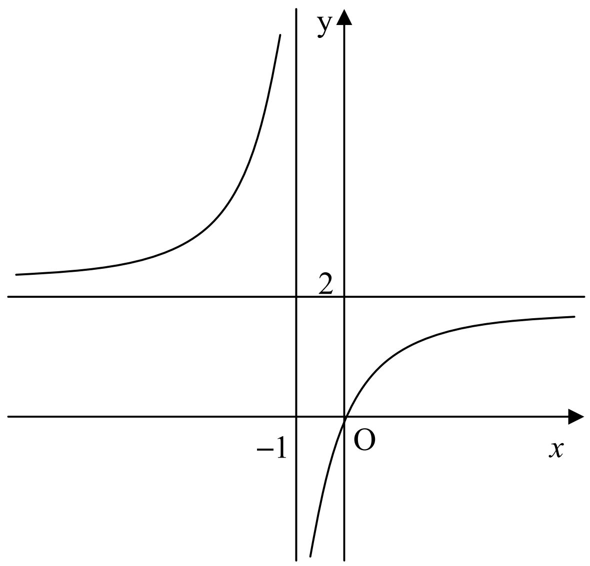
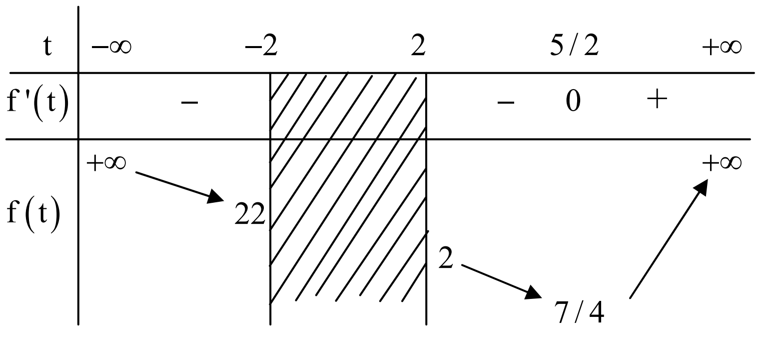
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

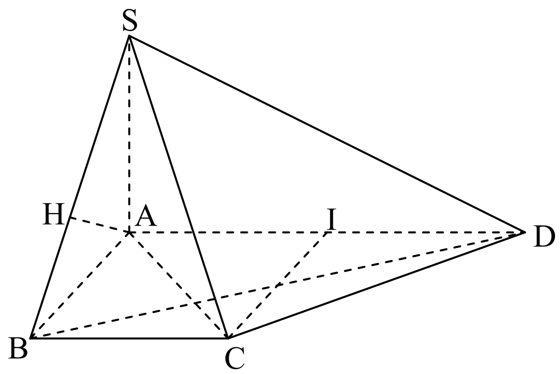
ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007
Môn: TOÁN, khối D

(Đáp án - Thang điểm gồm 04 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I			**2,00**
	1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1,00 điểm)	
		Ta có $y=\frac{2x}{x+1}=2-\frac{2}{x+1}$. • Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. • Sự biến thiên: $y'=\frac{2}{(x+1)^2}>0, \forall x\in D$.	0,25
		Bảng biến thiên $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -1 & & +\infty \\ \hline y' & & + & \| & + & \\ \hline y & & \nearrow +\infty & \| & \nearrow 2 & \\ & 2 & & \| -\infty & & \end{array}$	0,25
		• Tiệm cận: Tiệm cận đứng x = – 1, tiệm cận ngang y = 2.	0,25
		• Đồ thị: 	0,25
	2	Tìm tọa độ điểm M … (1,00 điểm)	
		Vì $M\in(C)$ nên $M\left(x_0;\frac{2x_0}{x_0+1}\right)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là: $y=y'(x_0)(x-x_0)+\frac{2x_0}{x_0+1}\Leftrightarrow y=\frac{2}{(x_0+1)^2}x+\frac{2x_0^2}{(x_0+1)^2}$. $\Rightarrow A\left(-x_0^2;0\right)$, $B\left(0;\frac{2x_0^2}{(x_0+1)^2}\right)$.	0,25
		Từ giả thiết ta có: $\left\|\frac{2x_0^2}{(x_0+1)^2}\right\|.\left\|-x_0^2\right\|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x_0^2+x_0+1=0\\2x_0^2-x_0-1=0.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-\frac{1}{2}\\x_0=1\end{array}\right.$	0,50

		Với $x_0=-\frac{1}{2}$ ta có $M\left(-\frac{1}{2};-2\right)$. Với $x_0=1$ ta có $M(1;1)$. Vậy có hai điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $M\left(-\frac{1}{2};-2\right)$ và $M(1;1)$.	0,25
II			**2,00**
	1	Giải phương trình lượng giác (1,00 điểm)	
		Phương trình đã cho tương đương với $$1+\sin x+\sqrt{3}\cos x=2 \Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$$	0,50
		$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.	0,50
	2	Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (1,00 điểm).	
		Đặt $x+\frac{1}{x}=u,\ y+\frac{1}{y}=v\ \left(\lvert u\rvert\ge 2,\lvert v\rvert\ge 2\right)$. Hệ đã cho trở thành: $$\begin{cases}u+v=5\\ u^3+v^3-3(u+v)=15m-10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u+v=5\\ uv=8-m\end{cases}$$	0,25
		$\Leftrightarrow u,v$ là nghiệm của phương trình: $t^2-5t+8=m$ (1). Hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm $t=t_1,t=t_2$ thoả mãn: $\lvert t_1\rvert\ge 2,\lvert t_2\rvert\ge 2$ (t_1, t_2 không nhất thiết phân biệt). Xét hàm số $f(t)=t^2-5t+8$ với $\lvert t\rvert\ge 2$: Bảng biến thiên của $f(t)$:  	0,50
		Từ bảng biến thiên của hàm số suy ra hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $$\frac{7}{4}\le m\le 2 \text{ hoặc } m\ge 22.$$	0,25
III			**2,00**
	1	Viết phương trình đường thẳng d ... (1,00 điểm)	
		Tọa độ trọng tâm: $G(0;2;2)$.	0,25
		Ta có: $\overrightarrow{OA}=(1;4;2),\overrightarrow{OB}=(-1;2;4)$. Vectơ chỉ phương của d là: $\vec{n}=(12;-6;6)=6(2;-1;1)$.	0,50
		Phương trình đường thẳng d: $\frac{x}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-2}{1}$.	0,25
	2	Tìm tọa độ điểm M... (1,00 điểm)	
		Vì $M\in\Delta \Rightarrow M(1-t;-2+t;2t)$	0,25

		$\Rightarrow MA^2+MB^2=\left(t^2+(6-t)^2+(2-2t)^2\right)+\left((-2+t)^2+(4-t)^2+(4-2t)^2\right)$ $=12t^2-48t+76=12(t-2)^2+28.$ MA^2+MB^2 nhỏ nhất $\Leftrightarrow t=2.$	0,50
		Khi đó $M(-1;0;4).$	0,25
IV			**2,00**
	1	Tính tích phân (1,00 điểm)	
		Đặt $u=\ln^2 x, dv=x^3dx \Rightarrow du=\frac{2\ln x}{x}dx, v=\frac{x^4}{4}.$ Ta có: $I=\frac{x^4}{4}.\ln^2 x\Big\vert_1^e-\frac{1}{2}\int_1^e x^3\ln xdx=\frac{e^4}{4}-\frac{1}{2}\int_1^e x^3\ln xdx.$	0,50
		Đặt $u=\ln x, dv=x^3dx \Rightarrow du=\frac{dx}{x}, v=\frac{x^4}{4}.$ Ta có: $\int_1^e x^3\ln xdx=\frac{x^4}{4}\ln x\Big\vert_1^e-\frac{1}{4}\int_1^e x^3dx=\frac{e^4}{4}-\frac{1}{16}x^4\Big\vert_1^e=\frac{3e^4+1}{16}.$ Vậy $I=\frac{5e^4-1}{32}.$	0,50
	2	Chứng minh bất đẳng thức (1,00 điểm)	
		Bất đẳng thức đã cho tương đương với $\left(1+4^a\right)^b\le\left(1+4^b\right)^a \Leftrightarrow \frac{\ln\left(1+4^a\right)}{a}\le\frac{\ln\left(1+4^b\right)}{b}.$	0,50
		Xét hàm $f(x)=\frac{\ln\left(1+4^x\right)}{x}$ với $x>0.$ Ta có: $f'(x)=\frac{4^x\ln 4^x-\left(1+4^x\right)\ln\left(1+4^x\right)}{x^2\left(1+4^x\right)}<0$ $\Rightarrow$ f(x) nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty).$ Do f(x) nghịch biến trên $(0;+\infty)$ và $a\ge b>0$ nên $f(a)\le f(b)$ và ta có điều phải chứng minh.	0,50
V.a			**2,00**
	1	Tìm hệ số của x^5 (1,00 điểm)	
		Hệ số của x^5 trong khai triển của $x(1-2x)^5$ là $(-2)^4.C_5^4.$ Hệ số của x^5 trong khai triển của $x^2(1+3x)^{10}$ là $3^3.C_{10}^3.$	0,50
		Hệ số của x^5 trong khai triển của $x(1-2x)^5+x^2(1+3x)^{10}$ là $(-2)^4C_5^4+3^3.C_{10}^3=3320.$	0,50
	2	Tìm m để có duy nhất điểm P sao cho tam giác PAB đều (1,00 điểm)	
		(C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R=3.$ Ta có: ΔPAB đều nên $IP=2IA=2R=6 \Leftrightarrow$ P thuộc đường tròn (C') tâm I, bán kính $R'=6.$	0,50
		Trên d có duy nhất một điểm P thỏa mãn yêu cầu bài toán khi và chỉ khi d tiếp xúc với (C') tại P $\Leftrightarrow d(I;d)=6 \Leftrightarrow m=19, m=-41.$	0,50

V.b			**2,00**
	1	Giải phương trình logarit (1,00 điểm)	
		Điều kiện: $4.2^x - 3 > 0$. Phương trình đã cho tương đương với: $\log_2\left(4^x + 15.2^x + 27\right) = \log_2\left(4.2^x - 3\right)^2 \Leftrightarrow 5.\left(2^x\right)^2 - 13.2^x - 6 = 0$	0,50
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = -\dfrac{2}{5} \\ 2^x = 3 \end{array}\right.$ Do $2^x > 0$ nên $2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3$ (thỏa mãn điều kiện).	0,50
	2	Chứng minh ΔSCD vuông và tính khoảng cách từ H đến (SCD) (1,00 điểm)	
		Gọi I là trung điểm của AD. Ta có: IA = ID = IC = a $\Rightarrow CD \perp AC$. Mặt khác, $CD \perp SA$. Suy ra $CD \perp SC$ nên tam giác SCD vuông tại C. 	0,50
		Trong tam giác vuông SAB ta có: $\dfrac{SH}{SB} = \dfrac{SA^2}{SB^2} = \dfrac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \dfrac{2a^2}{2a^2 + a^2} = \dfrac{2}{3}$ Gọi d_1 và d_2 lần lượt là khoảng cách từ B và H đến mặt phẳng (SCD) thì $\dfrac{d_2}{d_1} = \dfrac{SH}{SB} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow d_2 = \dfrac{2}{3}d_1.$ Ta có: $d_1 = \dfrac{3V_{B.SCD}}{S_{SCD}} = \dfrac{SA.S_{BCD}}{S_{SCD}}.$ $S_{BCD} = \dfrac{1}{2}AB.BC = \dfrac{1}{2}a^2.$ $S_{SCD} = \dfrac{1}{2}SC.CD = \dfrac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2}.\sqrt{IC^2 + ID^2} = a^2\sqrt{2}.$ Suy ra $d_1 = \dfrac{a}{2}.$ Vậy khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) là: $d_2 = \dfrac{2}{3}d_1 = \dfrac{a}{3}.$	0,50

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định.

----------------Hết----------------