

| Câu | Ý | Nội dung | Điểm | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|--|----------|-----------|-----------|---|-----------|------|---|---|---|---|---|---|-----------|----|---|-----------|------|
| I | | | 2,00 | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <p>1 Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1,00 điểm)</p> <p>Khi $m=1$ ta có $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.</p> <ul style="list-style-type: none"> Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Sự biến thiên: $y' = -3x^2 + 6x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2.$ <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td style="text-align: center;">-4</td> <td>0</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <p>$y_{CD} = y(2) = 0, y_{CT} = y(0) = -4$.</p> <ul style="list-style-type: none"> Đồ thị: | x | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ | y' | - | 0 | + | 0 | - | y | $+\infty$ | -4 | 0 | $-\infty$ | 0,25 |
| x | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | - | 0 | + | 0 | - | | | | | | | | | | | | | |
| y | $+\infty$ | -4 | 0 | $-\infty$ | | | | | | | | | | | | | | |
| | <p>2 Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu ... (1,00 điểm)</p> <p>Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m^2 + 1 = 0$ (2).</p> <p>Hàm số (1) có cực trị \Leftrightarrow (2) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.</p> <p>Gọi A, B là 2 điểm cực trị $\Rightarrow A(1 - m; -2 - 2m^3), B(1 + m; -2 + 2m^3)$.</p> <p>O cách đều A và B $\Leftrightarrow OA = OB \Leftrightarrow 8m^3 = 2m \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{2}$ (vì $m \neq 0$).</p> | 0,50 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| II | | | 2,00 | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <p>1 Giải phương trình lượng giác (1,00 điểm)</p> <p>Phương trình đã cho tương đương với:</p> $\sin 7x - \sin x + 2 \sin^2 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 4x (\sin 3x - 1) = 0.$ <ul style="list-style-type: none"> $\cos 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$. $\sin 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3}$ hoặc $x = \frac{5\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$. | 0,50 | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | |
|------------|---|------|
| | <p>Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình H quanh trục hoành là:</p> $V = \pi \int_1^e y^2 dx = \pi \int_1^e (x \ln x)^2 dx.$ | 0,25 |
| | <p>Đặt $u = \ln^2 x, dv = x^2 dx \Rightarrow du = \frac{2 \ln x}{x} dx, v = \frac{x^3}{3}$. Ta có:</p> $\int_1^e (x \ln x)^2 dx = \frac{x^3}{3} \ln^2 x \Big _1^e - \frac{2}{3} \int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{e^3}{3} - \frac{2}{3} \int_1^e x^2 \ln x dx.$ | 0,25 |
| | <p>Đặt $u = \ln x, dv = x^2 dx \Rightarrow du = \frac{dx}{x}, v = \frac{x^3}{3}$. Ta có:</p> $\int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \ln x \Big _1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{e^3}{3} - \frac{x^3}{9} \Big _1^e = \frac{2e^3 + 1}{9}.$ | 0,25 |
| | <p>Vậy $V = \frac{\pi(5e^3 - 2)}{27}$ (đvtt).</p> | |
| 2 | <p>Tìm giá trị nhỏ nhất của P (1,00 điểm)</p> <p>Ta có: $P = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xyz}$.</p> <p>Do $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{y^2 + z^2}{2} + \frac{z^2 + x^2}{2} \geq xy + yz + zx$</p> <p>nên $P \geq \left(\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{y^2}{2} + \frac{1}{y}\right) + \left(\frac{z^2}{2} + \frac{1}{z}\right)$.</p> <p>Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{t}$ với $t > 0$. Lập bảng biến thiên của $f(t)$ ta suy ra</p> <p>$f(t) \geq \frac{3}{2}, \forall t > 0$. Suy ra: $P \geq \frac{9}{2}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$.</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{9}{2}$.</p> | 0,50 |
| V.a | | 2,00 |
| 1 | <p>Tìm hệ số trong khai triển... (1,00 điểm)</p> <p>Ta có: $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = (3-1)^n = 2^n$.</p> <p>Từ giả thiết suy ra $n = 11$.</p> <p>Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển Niuton của $(2+x)^{11}$ là:</p> $C_{11}^{10} \cdot 2^1 = 22.$ | 0,50 |
| 2 | <p>Xác định tọa độ điểm B, C sao cho ... (1,00 điểm)</p> <p>Vì $B \in d_1, C \in d_2$ nên $B(b; 2-b), C(c; 8-c)$. Từ giả thiết ta có hệ:</p> $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ AB = AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} bc - 4b - c + 2 = 0 \\ b^2 - 2b = c^2 - 8c + 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b-1)(c-4) = 2 \\ (b-1)^2 - (c-4)^2 = 3. \end{cases}$ | 0,50 |
| | <p>Đặt $x = b-1, y = c-4$ ta có hệ $\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}$</p> <p>Giải hệ trên ta được $x = -2, y = -1$ hoặc $x = 2, y = 1$.</p> <p>Suy ra: $B(-1; 3), C(3; 5)$ hoặc $B(3; -1), C(5; 3)$.</p> | 0,50 |

| | | |
|----------|---|------|
| V.b | | 2,00 |
| | 1 Giải phương trình mũ (1,00 điểm) | |
| | Đặt $(\sqrt{2}-1)^x = t$ ($t > 0$), ta có phương trình $t + \frac{1}{t} - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{2}-1, t = \sqrt{2}+1.$ | 0,50 |
| | Với $t = \sqrt{2}-1$ ta có $x = 1$. Với $t = \sqrt{2}+1$ ta có $x = -1$. | 0,50 |
| 2 | (1,00 điểm) | |
| | Gọi P là trung điểm của SA. Ta có MNCP là hình bình hành nên MN song song với mặt phẳng (SAC). Mặt khác, $BD \perp (SAC)$ nên $BD \perp MN$. | |
| | | 0,50 |
| | Vì $MN \parallel (SAC)$ nên $d(MN; AC) = d(N; (SAC)) = \frac{1}{2}d(B; (SAC)) = \frac{1}{4}BD = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$ | 0,50 |
| | Vậy $d(MN; AC) = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. | |

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định.

-----Hết-----