

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Chứng minh rằng mọi đường thẳng đi qua điểm $I(1;2)$ với hệ số góc k ($k > -3$) đều cắt đồ thị của hàm số (1) tại ba điểm phân biệt I, A, B đồng thời I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $2\sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2\cos x$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy + x + y = x^2 - 2y^2 \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu III (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;3;0), B(3;0;3), C(0;3;3), D(3;3;3)$.

1. Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D .
2. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu IV (2 điểm)

1. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^3} dx$.

2. Cho x, y là hai số thực không âm thay đổi. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x-y)(1-xy)}{(1+x)^2(1+y)^2}$.

PHẦN RIÊNG ——— Thí sinh chỉ được làm 1 trong 2 câu: V.a hoặc V.b ———

Câu V.a. Theo chương trình KHÔNG phân ban (2 điểm)

1. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn hệ thức $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2048$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).
2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y^2 = 16x$ và điểm $A(1;4)$. Hai điểm phân biệt B, C (B và C khác A) di động trên (P) sao cho góc $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Chứng minh rằng đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

Câu V.b. Theo chương trình phân ban (2 điểm)

1. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \geq 0$.

2. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $AM, B'C$.

.....Hết.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....