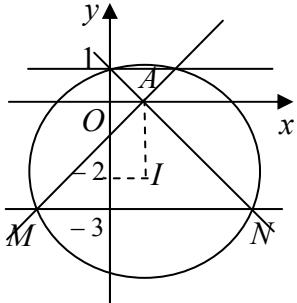


## ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm												
I (2,0 điểm)	<p>1. (1,0 điểm)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tập xác định: <math>D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}</math>.</li> <li>Sự biến thiên:           <ul style="list-style-type: none"> <li>Chiều biến thiên: <math>y' = \frac{1}{(x+1)^2} &gt; 0, \forall x \in D</math>.</li> <li>Hàm số đồng biến trên các khoảng <math>(-\infty; -1)</math> và <math>(-1; +\infty)</math>.</li> <li>Giới hạn và tiệm cận: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2</math>; tiệm cận ngang: <math>y = 2</math>.</li> <li><math>\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty</math>; tiệm cận đứng: <math>x = -1</math>.</li> </ul> </li> <li>Bảng biến thiên:</li> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y'</math></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+ \infty</math></td> <td style="text-align: center;"><math>- \infty</math></td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> </table> </ul>	$x$	$-\infty$	-1	$+\infty$	$y'$	+		+	$y$	$+ \infty$	$- \infty$	2	0,25 0,25 0,25
$x$	$-\infty$	-1	$+\infty$											
$y'$	+		+											
$y$	$+ \infty$	$- \infty$	2											
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Đồ thị:</li> </ul>	0,25												
2. (1,0 điểm)	<p>Gọi <math>d: y = kx + 2k + 1</math>, suy ra hoành độ giao điểm của <math>d</math> và <math>(C)</math> là nghiệm phương trình:</p> $kx + 2k + 1 = \frac{2x+1}{x+1} \Leftrightarrow 2x + 1 = (x+1)(kx + 2k + 1) \quad (\text{do } x = -1 \text{ không là nghiệm})$ $\Leftrightarrow kx^2 + (3k-1)x + 2k = 0 \quad (1).$ <p><math>d</math> cắt <math>(C)</math> tại hai điểm phân biệt <math>A</math> và <math>B</math>, khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k^2 - 6k + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k < 3 - 2\sqrt{2} \vee k > 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}. \quad (*).$	0,25												
	<p>Khi đó: <math>A(x_1; kx_1 + 2k + 1)</math> và <math>B(x_2; kx_2 + 2k + 1)</math>, <math>x_1</math> và <math>x_2</math> là nghiệm của (1).</p> $d(A, Ox) = d(B, Ox) \Leftrightarrow  kx_1 + 2k + 1  =  kx_2 + 2k + 1 $	0,25												

Câu	Đáp án	Điểm
	<p><math>\Leftrightarrow k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0</math> (do <math>x_1 \neq x_2</math>).</p> <p>Áp dụng định lý Viết đối với (1), suy ra: <math>(1 - 3k) + 4k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -3</math>, thỏa mãn (*).</p> <p>Vậy, giá trị cần tìm là: <math>k = -3</math>.</p>	0,25
II (2,0 điểm)	<p>1. (1,0 điểm)</p> <p>Điều kiện: <math>\cos x \neq 0, \tan x \neq -\sqrt{3}</math> (*).</p> <p>Phương trình đã cho tương đương với: <math>\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1 = 0</math></p> $\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x + 1) - (\sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0.$ $\Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ hoặc } \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi.$ <p>Đối chiếu điều kiện (*), suy ra nghiệm: <math>x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})</math>.</p>	0,25
	<p>2. (1,0 điểm)</p> <p>Điều kiện: <math>-1 \leq x \leq 1</math> (*).</p> <p>Khi đó, phương trình đã cho tương đương với: <math>\log_2(8 - x^2) = \log_2[4(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})]</math></p> $\Leftrightarrow 8 - x^2 = 4(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) \Leftrightarrow (8 - x^2)^2 = 16(2 + 2\sqrt{1-x^2}) \quad (1).$ <p>Đặt <math>t = \sqrt{1-x^2}</math>, (1) trở thành: <math>(7+t^2)^2 = 32(1+t) \Leftrightarrow t^4 + 14t^2 - 32t + 17 = 0</math></p> $\Leftrightarrow (t-1)^2(t^2+2t+17) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$ <p>Do đó, (1) <math>\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0</math>, thỏa mãn (*).</p> <p>Vậy, phương trình có nghiệm: <math>x = 0</math>.</p>	0,25
III (1,0 điểm)	<p>Đặt <math>t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow 4x = 2(t^2 - 1)</math>, <math>dx = tdt</math>.</p> <p>Đổi cận: <math>x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 4 \Rightarrow t = 3</math>.</p> $I = \int_{1}^{3} \frac{2t^3 - 3t}{t+2} dt = \int_{1}^{3} \left( 2t^2 - 4t + 5 - \frac{10}{t+2} \right) dt$ $= \left( \frac{2t^3}{3} - 2t^2 + 5t - 10 \ln t+2  \right) \Big _1^3$ $= \frac{34}{3} + 10 \ln \frac{3}{5}.$	0,25
IV (1,0 điểm)	<p>Hạ <math>SH \perp BC</math> (<math>H \in BC</math>); <math>(SBC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)</math>; <math>SH = SB \cdot \sin \widehat{SBC} = a\sqrt{3}</math>.</p> <p>Diện tích: <math>S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = 6a^2</math>.</p> <p>Thể tích: <math>V_{S,ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = 2a^3\sqrt{3}</math>.</p> <p>Hạ <math>HD \perp AC</math> (<math>D \in AC</math>), <math>HK \perp SD</math> (<math>K \in SD</math>)  <math>\Rightarrow HK \perp (SAC) \Rightarrow HK = d(H, (SAC))</math>.</p> $BH = SB \cdot \cos \widehat{SBC} = 3a \Rightarrow BC = 4HC$ $\Rightarrow d(B, (SAC)) = 4 \cdot d(H, (SAC))$ . <p>Ta có <math>AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = 5a</math>; <math>HC = BC - BH = a \Rightarrow HD = BA \cdot \frac{HC}{AC} = \frac{3a}{5}</math>.</p> $HK = \frac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}. \text{ Vậy, } d(B, (SAC)) = 4 \cdot HK = \frac{6a\sqrt{7}}{7}.$	0,25
V (1,0 điểm)	<p>Hệ đã cho tương đương với: <math>\begin{cases} (x^2 - x)(2x - y) = m \\ (x^2 - x) + (2x - y) = 1 - 2m. \end{cases}</math></p>	0,25

Câu	Đáp án	Điểm												
	<p>Đặt <math>u = x^2 - x</math>, <math>u \geq -\frac{1}{4}</math>; <math>v = 2x - y</math>.</p> <p>Hệ đã cho trở thành: <math>\begin{cases} uv = m \\ u + v = 1 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + (2m-1)u + m = 0 \text{ (1)} \\ v = 1 - 2m - u. \end{cases}</math></p> <p>Hệ đã cho có nghiệm, khi và chỉ khi (1) có nghiệm thỏa mãn <math>u \geq -\frac{1}{4}</math>.</p> <p>Với <math>u \geq -\frac{1}{4}</math>, ta có: (1) <math>\Leftrightarrow m(2u+1) = -u^2 + u \Leftrightarrow m = \frac{-u^2 + u}{2u+1}</math>.</p> <p>Xét hàm <math>f(u) = \frac{-u^2 + u}{2u+1}</math>, với <math>u \geq -\frac{1}{4}</math>; ta có:</p> $f'(u) = -\frac{2u^2 + 2u - 1}{(2u+1)^2}; f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}.$	0,25												
	<p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">u</td> <td style="padding: 2px;"><math>-\frac{1}{4}</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>f'(u)</math></td> <td style="padding: 2px;">+</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>f(u)</math></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"><math>\frac{2 - \sqrt{3}}{2}</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>-\infty</math></td> </tr> </table> <p>Suy ra giá trị cần tìm là: <math>m \leq \frac{2 - \sqrt{3}}{2}</math>.</p>	u	$-\frac{1}{4}$	$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$	$+\infty$	$f'(u)$	+	0	-	$f(u)$		$\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$	$-\infty$	0,25
u	$-\frac{1}{4}$	$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$	$+\infty$											
$f'(u)$	+	0	-											
$f(u)$		$\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$	$-\infty$											
VI.a (2,0 điểm)	<p>1. (1,0 điểm)</p> <p>Gọi <math>D(x; y)</math> là trung điểm <math>AC</math>, ta có: <math>\overline{BD} = 3\overline{GD}</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x+4=3(x-1) \\ y-1=3(y-1) \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{7}{2}; 1\right).$ <p>Gọi <math>E(x; y)</math> là điểm đối xứng của <math>B</math> qua phân giác trong <math>d: x-y-1=0</math> của góc <math>A</math>.</p> <p>Ta có <math>EB</math> vuông góc với <math>d</math> và trung điểm <math>I</math> của <math>EB</math> thuộc <math>d</math> nên tọa độ <math>E</math> là nghiệm của hệ:</p> $\begin{cases} 1(x+4)+1(y-1)=0 \\ \frac{x-4}{2}-\frac{y+1}{2}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+3=0 \\ x-y-7=0 \end{cases} \Rightarrow E(2; -5).$ <p>Đường thẳng <math>AC</math> đi qua <math>D</math> và <math>E</math>, có phương trình: <math>4x - y - 13 = 0</math>.</p> <p>Tọa độ <math>A(x; y)</math> thỏa mãn hệ: <math>\begin{cases} x-y-1=0 \\ 4x-y-13=0 \end{cases} \Rightarrow A(4; 3)</math>. Suy ra: <math>C(3; -1)</math>.</p> <p>2. (1,0 điểm)</p> <p>Mặt phẳng <math>(P)</math> đi qua <math>A</math>, vuông góc với <math>d</math>, có phương trình: <math>2x + y - 2z + 2 = 0</math>.</p> <p>Gọi <math>B</math> là giao điểm của trục <math>Ox</math> với <math>(P)</math>, suy ra <math>\Delta</math> là đường thẳng đi qua các điểm <math>A, B</math>.</p> <p><math>B \in Ox</math>, có tọa độ <math>B(b; 0; 0)</math> thỏa mãn phương trình <math>2b + 2 = 0 \Rightarrow B(-1; 0; 0)</math>.</p> <p>Phương trình <math>\Delta</math>: <math>\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t. \end{cases}</math></p>	0,25												
VII.a	Gọi $z = a + bi$ ( $a, b \in \mathbb{R}$ ), ta có: $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i \Leftrightarrow a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$	0,25												

Câu	Đáp án	Điểm
(1,0 điểm)	$\Leftrightarrow -a - 3b - (3a - 3b)i = 1 - 9i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3a - 3b = 9 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$ . Vậy $z = 2 - i$ .	0,25 0,25 0,25
VI.b (2,0 điểm)	<p>1. (1,0 điểm)</p>  <p>Đường tròn <math>(C)</math> có tâm <math>I(1; -2)</math>, bán kính bằng <math>\sqrt{10}</math>.          Ta có: <math>IM = IN</math> và <math>AM = AN \Rightarrow AI \perp MN</math>; suy ra phương trình <math>\Delta</math> có dạng: <math>y = m</math>.</p> <p>Hoành độ <math>M, N</math> là nghiệm phương trình:  <math>x^2 - 2x + m^2 + 4m - 5 = 0</math> (1).</p> <p>(1) có hai nghiệm phân biệt <math>x_1</math> và <math>x_2</math>, khi và chỉ khi:  <math>m^2 + 4m - 6 &lt; 0</math> (*); khi đó ta có: <math>M(x_1; m)</math> và <math>N(x_2; m)</math>.</p> <p><math>AM \perp AN \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 0 \Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 - (x_1 + x_2) + m^2 + 1 = 0</math>.</p> <p>Áp dụng định lý Viết đối với (1), suy ra: <math>2m^2 + 4m - 6 = 0</math>  <math>\Leftrightarrow m = 1</math> hoặc <math>m = -3</math>, thỏa mãn (*). Vậy, phương trình <math>\Delta</math>: <math>y = 1</math> hoặc <math>y = -3</math>.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	2. (1,0 điểm)	
	Gọi $I$ là tâm của mặt cầu. $I \in \Delta$ , suy ra tọa độ $I$ có dạng: $I(1 + 2t; 3 + 4t; t)$ .	0,25
	Mặt cầu tiếp xúc với $(P)$ , khi và chỉ khi: $d(I, (P)) = 1$ $\Leftrightarrow \frac{ 2(1+2t)-(3+4t)+2t }{3} = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow t = 2$ hoặc $t = -1$ . Suy ra: $I(5; 11; 2)$ hoặc $I(-1; -1; -1)$ .	0,25
	Phương trình mặt cầu: $(x - 5)^2 + (y - 11)^2 + (z - 2)^2 = 1$ hoặc $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$ .	0,25
VII.b (1,0 điểm)	$y' = \frac{2x^2 + 4x}{(x + 1)^2}$ ; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = 0$ . $y(0) = 3, y(2) = \frac{17}{3}$ . Vậy: $\min_{[0; 2]} y = 3$ , tại $x = 0$ ; $\max_{[0; 2]} y = \frac{17}{3}$ , tại $x = 2$ .	0,25 0,25 0,25 0,25

----- Hết -----