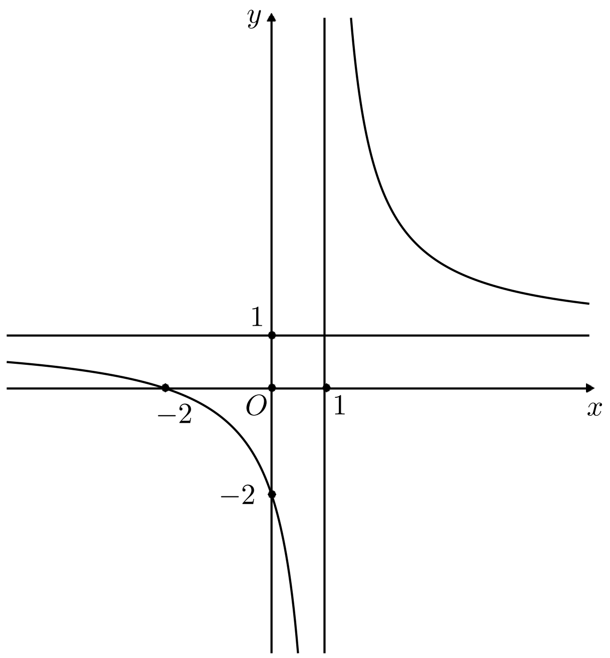
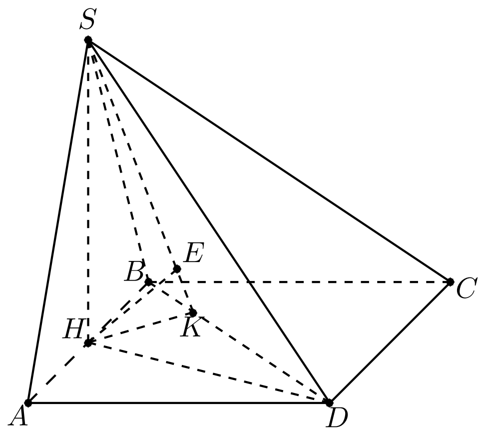
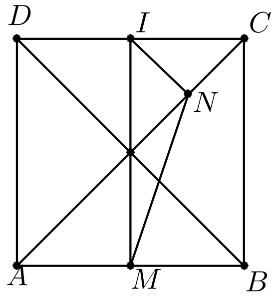
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014
Môn: TOÁN; Khối A và Khối A1
(Đáp án - Thang điểm gồm 03 trang)

Câu	***Đáp án***	***Điểm***
1 (2,0đ)	**a)** (1,0 điểm)	
	• Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2}$; $y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.	0,25
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = 1$; tiệm cận ngang: $y = 1$. $\lim\limits_{x\to1^-} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$.	0,25
	- Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccc\|\|ccc} x & -\infty & & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & - & & & - & \\ \hline y & 1 & \searrow & -\infty & +\infty & \searrow & 1 \end{array}$	0,25
	• Đồ thị:  	0,25
	b) (1,0 điểm)	
	$M \in (C) \Rightarrow M\Big(a; \dfrac{a+2}{a-1}\Big), a \neq 1$.	0,25
	Khoảng cách từ M đến đường thẳng $y = -x$ là $d = \dfrac{\left\|a + \dfrac{a+2}{a-1}\right\|}{\sqrt{2}}$.	0,25
	$d = \sqrt{2} \Leftrightarrow \|a^2 + 2\| = 2\|a-1\| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2 - 2a + 4 = 0 \\ a^2 + 2a = 0. \end{array}\right.$	0,25
	• $a^2 - 2a + 4 = 0$: phương trình vô nghiệm. • $a^2 + 2a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -2. \end{array}\right.$ Suy ra tọa độ điểm M cần tìm là: $M(0; -2)$ hoặc $M(-2; 0)$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
2 (1,0đ)	Phương trình đã cho tương đương với $\sin x + 4\cos x = 2 + 2\sin x\cos x$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sin x - 2)(2\cos x - 1) = 0.$	0,25
	• $\sin x - 2 = 0$: phương trình vô nghiệm.	0,25
	• $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$. Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.	0,25
3 (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ là $x^2 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2. \end{array}\right.$	0,25
	Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \displaystyle\int_1^2 \lvert x^2 - 3x + 2\rvert dx$	0,25
	$= \left\lvert \displaystyle\int_1^2 (x^2 - 3x + 2)dx \right\rvert = \left\lvert \left(\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + 2x\right)\Big\rvert_1^2 \right\rvert$	0,25
	$= \dfrac{1}{6}.$	0,25
4 (1,0đ)	**a)** Đặt $z = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết suy ra $\left\{\begin{array}{l} 3a + b = 3 \\ a - b = 5 \end{array}\right.$	0,25
	$\Leftrightarrow a = 2, b = -3$. Do đó số phức z có phần thực bằng 2, phần ảo bằng -3.	0,25
	b) Số phần tử của không gian mẫu là: $\mathrm{C}_{16}^4 = 1820$.	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố "4 thẻ được đánh số chẵn" là: $\mathrm{C}_8^4 = 70$. Xác suất cần tính là $p = \dfrac{70}{1820} = \dfrac{1}{26}$.	0,25
5 (1,0đ)	Gọi M là giao điểm của d và (P), suy ra $M(2 + t; -2t; -3 + 3t)$.	0,25
	$M \in (P)$ suy ra $2(2 + t) + (-2t) - 2(-3 + 3t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{3}{2}$. Do đó $M\left(\dfrac{7}{2}; -3; \dfrac{3}{2}\right)$.	0,25
	d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u} = (1; -2; 3)$, (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n} = (2; 1; -2)$. Mặt phẳng (α) cần viết phương trình có vectơ pháp tuyến $[\overrightarrow{u}, \overrightarrow{n}] = (1; 8; 5)$.	0,25
	Ta có $A(2; 0; -3) \in d$ nên $A \in (\alpha)$. Do đó $(\alpha) : (x - 2) + 8(y - 0) + 5(z + 3) = 0$, nghĩa là $(\alpha) : x + 8y + 5z + 13 = 0$.	0,25
6 (1,0đ)	 Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $SH \perp (ABCD)$. Do đó $SH \perp HD$. Ta có $SH = \sqrt{SD^2 - DH^2}$ $= \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = a$.	0,25
	Suy ra $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{a^3}{3}$.	0,25
	Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên BD và E là hình chiếu vuông góc của H trên SK. Ta có $BD \perp HK$ và $BD \perp SH$, nên $BD \perp (SHK)$. Suy ra $BD \perp HE$. Mà $HE \perp SK$, do đó $HE \perp (SBD)$.	0,25
	Ta có $HK = HB.\sin\widehat{KBH} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. Suy ra $HE = \dfrac{HS.HK}{\sqrt{HS^2 + HK^2}} = \dfrac{a}{3}$. Do đó $d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD)) = 2HE = \dfrac{2a}{3}$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
7 (1,0đ)	 Ta có $MN = \sqrt{10}$. Gọi a là độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$, $a > 0$. Ta có $AM = \dfrac{a}{2}$ và $AN = \dfrac{3AC}{4} = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$, nên $MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2AM.AN.\cos\widehat{MAN} = \dfrac{5a^2}{8}$. Do đó $\dfrac{5a^2}{8} = 10$, nghĩa là $a = 4$.	0,25
	Gọi $I(x;y)$ là trung điểm của CD. Ta có $IM = AD = 4$ và $IN = \dfrac{BD}{4} = \sqrt{2}$, nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 \\ (x-2)^2 + (y+1)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1; y = -2 \\ x = \dfrac{17}{5}; y = -\dfrac{6}{5}. \end{array} \right.$	0,25
	• Với $x = 1; y = -2$ ta có $I(1;-2)$ và $\overrightarrow{IM} = (0;4)$. Đường thẳng CD đi qua I và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$, nên có phương trình $y + 2 = 0$.	0,25
	• Với $x = \dfrac{17}{5}; y = -\dfrac{6}{5}$ ta có $I\Big(\dfrac{17}{5}; -\dfrac{6}{5}\Big)$ và $\overrightarrow{IM} = \Big(-\dfrac{12}{5}; \dfrac{16}{5}\Big)$. Đường thẳng CD đi qua I và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$, nên có phương trình $3x - 4y - 15 = 0$.	0,25
8 (1,0đ)	$\begin{cases} x\sqrt{12-y} + \sqrt{y(12-x^2)} = 12 & (1) \\ x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{y-2} & (2). \end{cases}$ Điều kiện: $-2\sqrt{3} \le x \le 2\sqrt{3};\ 2 \le y \le 12$. Ta có $x\sqrt{12-y} \le \dfrac{x^2 + 12 - y}{2}$ và $\sqrt{y(12-x^2)} \le \dfrac{y + 12 - x^2}{2}$ nên $x\sqrt{12-y} + \sqrt{y(12-x^2)} \le 12$. Do đó $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ y = 12 - x^2. \end{cases}$	0,25
	Thay vào (2) ta được $x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{10-x^2} \Leftrightarrow x^3 - 8x - 3 + 2(1 - \sqrt{10-x^2}) = 0$ $\Leftrightarrow (x-3)\Big(x^2 + 3x + 1 + \dfrac{2(x+3)}{1+\sqrt{10-x^2}}\Big) = 0 \quad (3).$	0,25
	Do $x \ge 0$ nên $x^2 + 3x + 1 + \dfrac{2(x+3)}{1+\sqrt{10-x^2}} > 0$.	0,25
	Do đó $(3) \Leftrightarrow x = 3$. Thay vào hệ và đối chiếu điều kiện ta được nghiệm: $(x;y) = (3;3)$.	0,25
9 (1,0đ)	Ta có $0 \le (x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + 2yz = 2(1 - xy - xz + yz)$, nên $x^2 + yz + x + 1 = x(x+y+z+1) + (1 - xy - xz + yz) \ge x(x+y+z+1)$. Suy ra $\dfrac{x^2}{x^2 + yz + x + 1} \le \dfrac{x}{x+y+z+1}$.	0,25
	Mặc khác, $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2x(y+z) + 2yz = 2 + 2yz + 2x(y+z)$ $\le 2 + 2yz + [x^2 + (y+z)^2] = 4(1+yz)$. Do đó $P \le \dfrac{x+y+z}{x+y+z+1} - \dfrac{(x+y+z)^2}{36}$.	0,25
	Đặt $t = x+y+z$, suy ra $t \ge 0$ và $t^2 = (x+y+z)^2 = (x^2+y^2+z^2) + 2xy + 2yz + 2zx$ $\le 2 + (x^2+y^2) + (y^2+z^2) + (z^2+x^2) = 6$. Do đó $0 \le t \le \sqrt{6}$. Xét $f(t) = \dfrac{t}{t+1} - \dfrac{t^2}{36}$, với $0 \le t \le \sqrt{6}$. Ta có $f'(t) = \dfrac{1}{(t+1)^2} - \dfrac{t}{18} = -\dfrac{(t-2)(t^2+4t+9)}{18(t+1)^2}$, nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.	0,25
	Ta có $f(0) = 0$; $f(2) = \dfrac{5}{9}$ và $f(\sqrt{6}) = \dfrac{31}{30} - \dfrac{\sqrt{6}}{5}$, nên $f(t) \le \dfrac{5}{9}$ khi $0 \le t \le \sqrt{6}$. Do đó $P \le \dfrac{5}{9}$. Khi $x = y = 1$ và $z = 0$ thì $P = \dfrac{5}{9}$. Do đó giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{5}{9}$.	0,25

———**Hết**———